

**Raport de activitate
privind proiectul**

**“Nonlinear partial differential equations (PDE) with applications in modeling cell growth,
chemotaxis and phase transition”,**

**din cadrul Acordului de cooperare stiintifica intre CNR si Academia Romana
2014-2016**

Proiectul are drept scop analiza unor sisteme neliniare de ecuatii cu derivate partiale de tip hiperbolic si parabolic, cu frontiera libera, care modeleaza procese fizice si biologice, ca de exemplu: tranzitii de faza, chemotaxis, cresteri de celule.

Echipa:

Partea romana:

Acad. Viorel Barbu

CsI dr. Gabriela Marinoschi (director de proiect)

Partea italiana:

Prof. Pierluigi Colli (director de proiect), Universitatea din Pavia si IMATI-CNR, Pavia

Prof. Elisabetta Rocca, Universitatea din Pavia si IMATI-CNR, Pavia

Dr. Alberto Gandolfi, IASI-CNR, Roma

Prof. Mimmo Iannelli, Universitatea din Trento si IMATI-CNR, Pavia

Prof. Gianni Gilardi, Universitatea din Pavia si IMATI-CNR, Pavia

Prof. Angelo Favini, Universitatea din Bologna si IMATI-CNR, Pavia

Probleme studiate

1. Existenta pentru ecuatii parabolice neliniare cu conditii dinamice pe frontiera:
 - S-a studiat existenta solutiei unei ecuatiei parabolice in forma divergenta cu conditii la limita de tip Wentzell;
 - S-a demonstrat existenta solutiei tari, unice, ca limita unui sir de solutii pentru schema cu diferente finite, in cazul depinzand de timp si printr-o metoda semigrupala in cazul independent de timp;
 - Acest subiect a fost inclus in planul de cercetare al proiectului pentru colaborarea cu prof. Angelo Favini.

2. Sisteme de ecuatii neliniare parabolice cu frontiera libera:
 - S-a studiat o problema de control optimal pentru un sistem cuplat de ecuatii neliniare parabolice de tip Penrose-Fife, care modeleaza tranzitia de faza intre doua stari (fluid-solid) ale unui material;
 - S-a demonstrat existenta solutiei sistemului starilor;
 - S-a demonstrat existenta controlului optimal, reprezentat de perechea sursa de caldura distribuita in domeniu si sursa de caldura pe frontiera, care induce o suprafata exacta de separatie intre solid si fluid
 - S-au calculat conditiile de optimalitate.

3. Sisteme de ecuatii neliniare hiperbolice cu frontiera libera si modelarea cresterii epidermei:
 - Extinderea modelului de crestere a epidermei prin descrierea proliferarii bazale printr-un sistem de m ecuatii diferentiale ordinare cu conditii tip flux la frontiera dintre stratul bazal si cel suprabazal: s-a obtinut o solutie analitica a sistemului de ecuatii utilizata apoi pentru identificarea conditiilor de flux asociate modelului din stratul suprabazal;
 - Stabilirea unei metode numerice pentru sistemul de ecuatii neliniare de tip hiperbolic care descrie cresterea epidermei in cazul stationar; s-a dezvoltat o schema implicita cu diferente finite dupa varsta celulelor si pozitia lor in spatiu; s-a demonstrat stabilitatea si convergenta solutiei prin determinarea erorii solutiei in diferente finite fata de solutia neaproximata;

- S-a scris un algoritm pentru simularea numerica a solutiei in diferente finite de-a lungul caracteristicilor.
4. Probleme de control pentru sisteme de tranzitii de faza:
- S-a studiat o problema de minimizare a distantei dintre un domeniu fixat si suprafata de separare intr-un sistem de tranzitie de faza de tip Caginalp
 - S-a demonstrat existenta sistemului starilor cu un potential singular si existenta controlului reprezentat de o sursa de caldura distribuita in domeniu;
 - S-au determinat conditiile de optimalitate pentru o problema aproximata pentru care s-a demonstrat convergenta la problema originala.
5. Probleme de stabilizare pentru sisteme de tranzitii de faza:
- S-a studiat o problema de stabilizare in jurul unei solutii stationare pentru modelul Cahn-Hilliard de separare de faza, in cazul degenerate, printr-un control exprimat ca o combinatie finita a autofunctiilor operatorului sistemului liniarizat; a fost calculate expresia feedback a controlului si apoi a fost demonstrate stabilizarea sistemului neliniar
6. Probleme de control pentru sisteme de tranzitii de faza:
- S-a studiat o problema de control pentru modelul Cahn-Hilliard de separare de faza, in cazul vascos si nevascos
 - S-a demonstrat existenta sistemului starilor cu un potential general (singular) si existenta controlului reprezentat de o sursa de caldura distribuita in domeniu;
 - S-au determinat conditiile de optimalitate pentru problema cu potential regulat.
 - S-a studiat o problema de control pentru tranzitii de faza cu conditii dinamice pe frontiera si probleme de controlabilitate a temperaturii si functiei de faza, pentru un sistem de tip Caginalp. Lucrarea este in curs de pregatire.
7. Analiza efectului de sliding mode
- Pentru un sistem de tranzitii de faza de tip Caginalp (temperatura-functie de faza) este studiata o problema de control, care consta in introducerea unui control feedback separat in fiecare ecuatie a sistemului cu scopul de a obtine o dinamica particulara a

sistemului, mai precis, pentru ca una din cele doua componente ale solutiei sistemului sa ramana constanta de la un moment dat.

Lucrari aparute 2014-2016

1. P. Colli, G. Marinoschi, E. Rocca, *Sharp interface control in a Penrose-Fife model*, **ESAIM Control Optim. Calc. Var.** , 22, 2, 473-499, 2016. DOI:[10.1051/cocv/2015014](https://doi.org/10.1051/cocv/2015014)
revista in top 25%– zona rosie - in clasificarea ISI Web of Science pentru Scor de influenza
2. P. Colli, G. Gilardi, G. Marinoschi, *A boundary control problem for a possibly singular phase field system with dynamic boundary conditions*, **J. Math. Anal. Appl.** 434, 432-463, 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2015.09.011> (early version <http://arxiv.org/abs/1501.04517>)
in top 50%– zona galbena - in clasificarea ISI Web of Science pentru Scor de influenza
3. P. Colli, G. Gilardi, G. Marinoschi, E. Rocca, *Optimal control for a phase field system with a possibly singular potential*, **Math. Control Relat. Fields**, 6, 1, 95-112, 2016.
[doi:10.3934/mcrf.2016.6.xx](https://doi.org/10.3934/mcrf.2016.6.xx)
in top 50%– zona galbena - in clasificarea ISI Web of Science pentru Scor de influenza
4. A. Gandolfi, M. Iannelli, G. Marinoschi, *The steady state of epidermis: mathematical modeling and numerical simulations*, **J. Math. Biology**, 73, 6-7, 1595-1626, 2016
<http://link.springer.com/article/10.1007/s00285-016-1006-4>
in top 25%– zona rosie - in clasificarea ISI Web of Science pentru Scor de influenza
5. Viorel Barbu, Angelo Favini, Gabriela Marinoschi, *Nonlinear parabolic flows with dynamic flux on the boundary*, **J. Diff. Eqs.** 258, 6, 2160–2195, 2015.
FI=1.570 , SRI = 2.019, revista in top 25%– zona rosie in clasificarea ISI Web of Science.

Lucrari acceptate in 2016, aparute online (urmeaza a aparea in volum tiparit)

V. Barbu, P. Colli, G. Gilardi, G. Marinoschi, *Feedback stabilization of the Cahn-Hilliard type system for phase separation*, **J. Differential Equations**,
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jde.2016.10.047> in press

in top 25%– zona rosie - in clasificarea ISI Web of Science pentru Scor de influenza

Conferinte sustinute in cadrul proiectului intre 2014-2016

- G. Marinoschi, A free boundary problem for a nonlinear hyperbolic system: application to cell growth, Seminarul Departamentului de Matematica al Universitatii din Pavia, 16 mai 2014
- G. Marinoschi, Existence for a nonlinear diffusion problem with a singular diffusivity, Conferinta PDE's, Inverse Problems and Control Theory, Bologna, 17.09.2014
- V. Barbu, A problem of image restoring with PDEs, Seminarul Departamentului de Matematica al Universitatii din Pavia, 2.12.2014

- G. Marinoschi, Nonlinear diffusion problems with singular diffusivity: a variational approach", Seminarul Departamentului de Matematica al Universitatii din Pavia, 17 martie 2015
- G. Marinoschi, An optimal control approach to the optical flow problem, Conferinta "New advances in PDE's, Inverse Problems and Control Theory", Bologna-Parma, 6.07.2015
- V. Barbu, Parabolic equations with singular diffusivity on real line, Conferinta "New advances in PDE's, Inverse Problems and Control Theory", Bologna-Parma, 10.07.2015
- V. Barbu, Stochastic infinite dimensional equations versus deterministic equations, Seminarul Departamentului de Matematica al Universitatii din Pavia, 18.11.2015.

- G. Marinoschi, Well-posedness of a new self-organizing criticality type model with two singularities, Current Issues in PDEs, conferinta organizata pe 1.06.2016, la Bucuresti.
- G. Marinoschi, Feedback stabilization of the Cahn-Hilliard type system for phase separation, Optimal Control for Evolutionary PDEs and Related Topics OCERTO 20-24.06.2016, Cortona, Italia.
- V. Barbu, Steepest descent algorithm in Wasserstein metric for the sand pile model of self-organized criticality, OCERTO 20-24.06.2016, Cortona, Italia.

Mentionam ca in cadrul proiectului intre 2014-2016 au fost publicate **5 articole in reviste internationale cotate in baza Thomson Web of Science**, dintre care **4 in reviste din top 25%** ca scor de influenta si **2 in reviste in top 50%**, iar **o lucrare** este in curs de publicare la o revista din **top 25%**. Au fost prezentate 10 conferinte invitate la manifestari stiintifice internationale la care organizatorii au fost membrii echipelor.

Director de proiect
Gabriela Marinoschi

6.12.2016