

MODELAREA MATEMATICĂ A POLUĂRII APELOR SUBTERANE ÎN ZONA CURTIȘOARA-SLATINA

ANCA MARINA MARINOV¹

Abstract

We consider an unconfined homogeneous, isotropic aquifer with a steady-state Darcian groundwater flow. The real case of groundwater pumping system in Curtisoara area is considered. The water quality of phreatic aquifer is strongly determined by the river's Olt water quality. For this aquifer we propose a numerical method to solve the equation describing the one dimensional dispersion of a pollutant coming from the river Olt toward the aquifer. A numerical solution, obtained with an implicit procedure is used. The influence of the pumping regime on the pollution phenomenon is considered.

Our work is based on two models: the first one is a mathematical model describing the water advance in a saturated porous soil using a numerical code, and is applied for Curtisoara pumping system and the second model solves the dispersion equation for the groundwater in this area. The results give important information regarding the evolution of groundwater quality.

Key words: groundwater, water quality, pumping system, concentration, advection, dispersion, numerical method.

Rezumat

În lucrare se analizează posibilitatea de poluare a acviferului cu suprafață liberă din zona Curtișoara-Slatina, datorită legăturii hidraulice dintre freatic și râul Olt. Considerăm o mișcare permanentă într-un acvifer cu suprafață liberă omogen și izotrop. Între acvifer și râul Olt există un schimb permanent de apă în funcție de regimul de pompare din frontul de captare Curtișoara. Calitatea apei subterane va fi influențată de concentrațiile poluanților din râul Olt. Pentru rezolvarea problemei se folosesc două modele matematice cuplate. Primul model rezolvă problema de curgere, folosind un program de calcul bazat pe metoda elementului finit, iar al doilea integrează ecuația de dispersie unidimensională pentru a da informații legate de înaintarea frontului poluant spre șirul de puțuri. Sunt calculate concentrațiile poluantului în apropierea puțurilor de captare.

Cuvinte cheie: ape subterane, calitatea apelor, sistem de pompare, concentrație, advecție, dispersie, metode numerice.

1. Introducere

Ne propunem să analizăm posibilitățile de poluare a acviferului freatic din zona Curtișoara. Acest front de captare este așezat pe malul stâng al Oltului amenajat (lacul

¹ prof. dr. ing. “Universitatea Politehnica Bucuresti “ și CP la ISMA

Arcești), la o distanță de aproximativ 500 m de mal. Frontul de captare este format din 44 de puțuri dintre care sunt în funcțiune 34. Puțurile sunt așezate aproximativ paralel cu malul și pompează în jur de 118 l/s. Acviferul are o conductivitate hidraulică de aproximativ 35 m/zi și o transmisivitate de 350m²/zi.

În lucrarea (Constanța 2005) s-a analizat curgerea în acviferul freatic din zona Slatina și influența variației debitelor pompate asupra regimului hidraulic. Astfel s-au trasat liniile echipotențiale și liniile de curent în acviferul cu suprafață liberă.

Din această analiză au rezultat direcțiile principale de curgere în acvifer și legăturile hidraulice între acvifer și lacurile Arcești și Slatina (Oltul amenajat).

Studiul pe care urmează să îl facem este legat de influența debitelor pompate din frontul de captare Curtișoara asupra curgerii în freatic și asupra poluării acviferului.

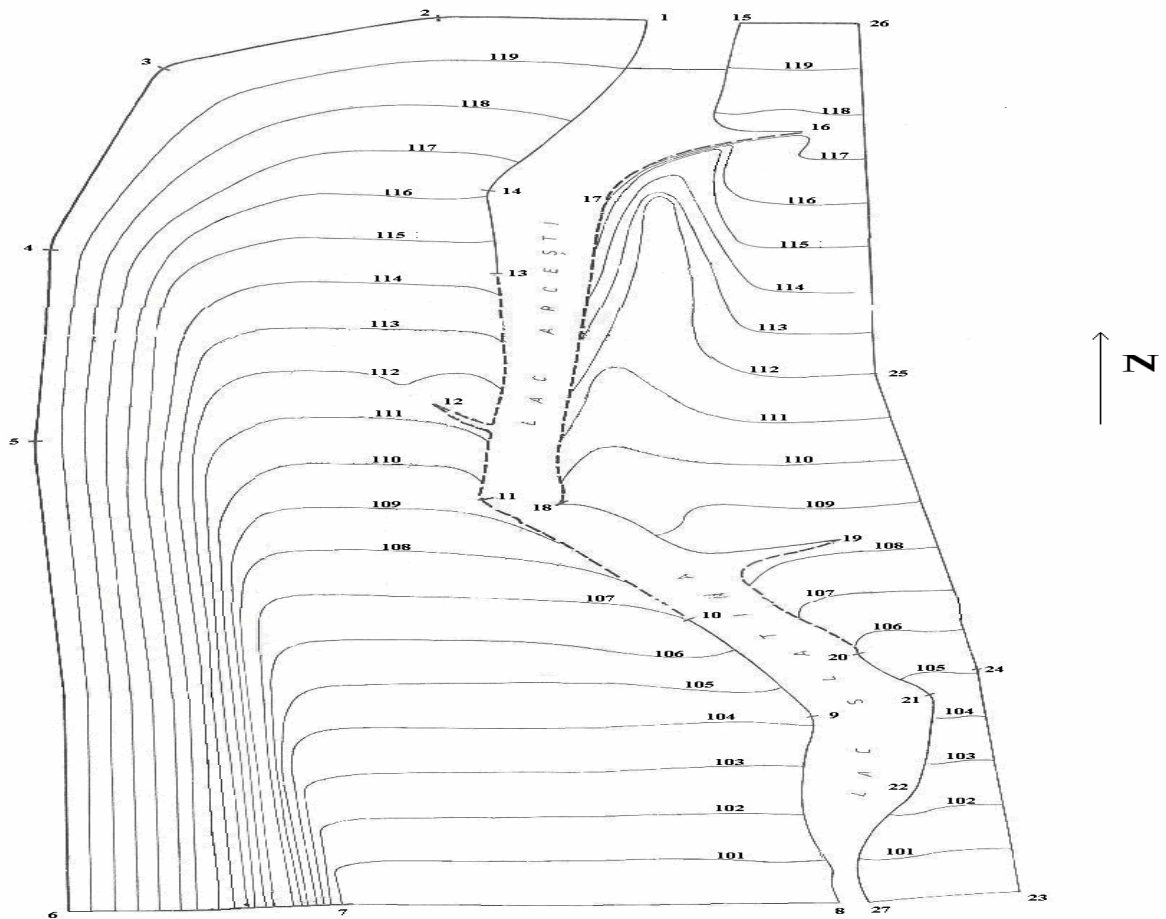


Fig. 1 Liniile echipotențiale (trasate pe baza măsurătorilor din teren), în acviferul freatic din bazinul hidrgeologic Slatina.

2. Analiza curgerii în freatic, în zona Curtișoara

Din Fig. 2. rezultă că în absența unor captări prin puțuri, curgerea se face în freatic paralel cu Oltul (liniile de curent sunt perpendiculare pe hidroizohipse).

Pornind de la analiza hidroizohipselor din Fig.1 (obținute din măsurători), în lucrarea (Constanța 2005) s-au determinat debitelile care trebuie pompate din puțurile

frontului astfel încât liniile echipotențiale rezultate din calculele hidraulice să fie identice cu cele măsurate. S-a tras concluzia că în această zonă freaticul alimentează prin drenanță acviferul sub presiune, prin acvitardul ce le desparte și s-au calculat debitele pierdute prin drenanță. Puțurile din frontul de captare au fost grupate din cauza scării la care s-a lucrat. Poziția puțurilor este schematizată în fig.2.

Prin introducerea unor puțuri de captare, liniile echipotențiale se modifică, căpătând un aspect asemănător cu cel din figura 1.

Astfel, în Fig.4 este desenat spectrul hidrodinamic al curgerii în acvifer, în situația în care din puțuri sunt pompate debitele din tabelul 1. Puțurile au fost așezate la o distanță de 500 m de malul lacului Arcești. Se observă că existența puțurilor generează o curgere dinspre lac spre acvifer (prin frontiera 16-17-18, dintre acvifer și râul Olt).

Toată apa venită din amonte și din latura (26-25) a acviferului este direcționată spre frontul de captare Curtișoara. Debitul pompat în realitate din acest front sunt mai mici decât cele folosite în model. Acest lucru indică faptul că o parte din debite se pierd prin drenanță în acviferul de medie adâncime. Debitul pompat din freatic, în zona Curtișoara, este $Q=118 \text{ l/s}=10195,2 \text{ m}^3/\text{zi}$. În model s-a folosit un debit total pompat $Q_p=23500 \text{ m}^3/\text{zi}$. Diferența de debit $Q_p-Q=13304,8 \text{ m}^3/\text{zi}$, este pierdut prin drenanță.

Nivelul hidrostatic în zona Curtișoara în acviferul de medie adâncime, în absența pomparei, este între 115-110 m. În cazul în care se pompează din acviferul de medie adâncime acest nivel va scădea sub 110 m deci este cu 6-7 m sub nivelul suprafeței libere din freatic. În concluzie prin acvitardul dintre cele două acvifere va apărea fenomenul de drenanță.

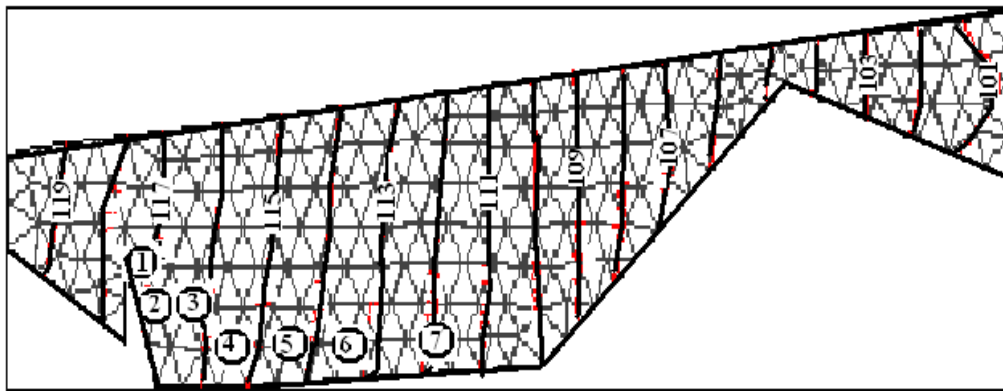


Fig. 2. Echipotențiale în acviferul din partea stângă a Oltului, în cazul în care debitul pompat din șirul de puțuri Curtișoara este nul.

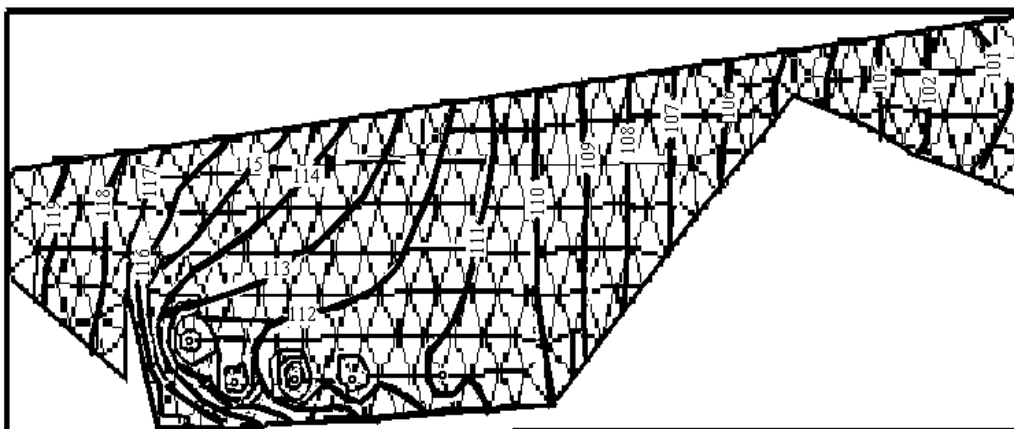


Fig. 3. Echipotențiale în acviferul din partea stângă a Oltului, în cazul în care debitul pompat din șirul de puțuri Curtișoara este cel dat în tabelul 1.

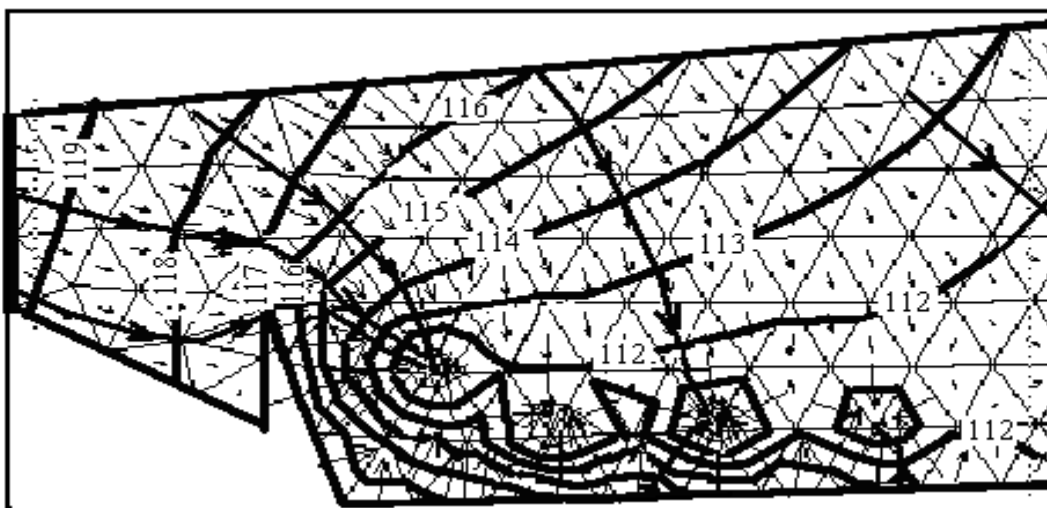


Fig. 4. Echipotențiale, linii de curent și câmpul vitezelor în acviferul din partea stângă a Oltului, în cazul în care debitul pompat din șirul de puțuri Curtișoara este cel dat în tabelul 1. Detaliu.

Din analiza spectrului hidrodinamic în zona Curtișoara (Fig.4) au rezultat următoarele concluzii:

1. În zona captării Curtișoara se observă o puternică legătură hidrodinamică între regimul apelor subterane și cel al râului Olt. Pornind de la această observație se caută să se modeleze variația concentrației apei din acviferul freatic, în apropierea puțurilor, în funcție de calitatea apei din Olt și în funcție de regimul de pompare.
2. Se observă că datorită regimului de pompare apare o mișcare a apei dinspre Lacul Arcești spre freatic.
3. Valorile vitezelor prin acvifer se pot calcula folosind spectrul hidrodinamic din Fig.4. Distanța dintre hidroizohipse (pe verticală) este de 1 m iar latura unui triunghi (element finit) este de 500m.

Valorile vitezelor din acvifer, dinspre Olt spre puțurile de pompare sunt date în Tabelul 2. Dacă porozitatea cinematică a acviferului $n_c = 0,2$, atunci

$$\text{viteza Darcy } \vec{U} = -K \frac{\Delta H}{\Delta s}, \quad (1)$$

$$\text{iar viteza reală în pori este } \vec{u} = \frac{\vec{U}}{n_c}, \quad (2)$$

Tabelul 1.

Nr. Puț	Q(m ³ /zi)	ΔH (m)	Δs (m)	I	U (m/zi)	u (m/zi)
1	2000	2	500	0,004	0,14	0,7
2	2000	2	500	0,004	0,14	0,7
3	5000	5	1000	0,005	0,175	0,875
4	5000	4	500	0,008	0,28	1,4
5	5000	4	500	0,008	0,28	1,4
6	3000	2	400	0,005	0,175	0,875
7	1500	1	300	0,003	0,116	0,58

3. Modelarea matematică a poluării acviferului freatic, în zona Curtișoara.

Ne propunem să determinăm variația în timp și spațiu a concentrației unui poluant care, ajuns în apa subterană, este purtat de aceasta. Mișcarea poluantului în apa subterană se face atât datorită existenței unui câmp de viteze cât și datorită unei difuzii moleculare. Cele două fenomene se întrepătrund dând naștere unui proces complex, numit dispersia poluantului în mediul poros.

Vom folosi mai întâi un model unidimensional pentru situația cea mai dezavantajoasă, respectiv pentru puțurile 4 și 5. În acest caz viteza reală în acvifer este 1,4m/zi.

Vom integra ecuația dispersiei unidimensionale, considerând o concentrație constantă pe frontiera domeniului (malul Oltului). Ecuația dispersiei unui poluant într-un acvifer, pentru cazul unidimensional, se poate scrie:

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (3)$$

unde s-a notat cu $C(x,t)$, concentrația poluantului într-un punct x din domeniu, la momentul de timp t . Viteza medie, reală, a apei prin mediul poros este u și o vom considera constantă, iar coeficientul de dispersie longitudinală, $D_L = \alpha_L u$. Dispersivitatea α_L (m) este constantă în tot domeniul analizat.

În cazul general, în care solul este neomogen și densitatea fluidului nu este constantă, D_L și u sunt funcții de spațiu și de timp, $D_L = D_L(x,t)$, și $u = u(x,t)$. Prima etapă în prognoză va fi determinarea acestor parametrii la fiecare pas de timp și aproximarea lor cu valori constante pe pas de timp și spațiu.

Discretizarea derivatelor parțiale se poate face în diferite moduri, rezultând diferite scheme în diferențe finite sau elemente finite.

Vom propune o schemă cu diferențe finite, implicită. În literatura de specialitate este demonstrat că astfel de scheme sunt necondiționat stabile și convergente.

Vom aproxima:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C(i, j+1) - C(i, j)}{\Delta t}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{C(i+1, j+1) - C(i-1, j+1)}{2\Delta x}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{C(i+1, j+1) - 2C(i, j+1) + C(i-1, j+1)}{(\Delta x)^2}. \quad (6)$$

Ecuția 3 se va aproxima astfel:

$$D_L(i, j) \frac{1}{(\Delta x)^2} [C(i+1, j+1) - 2C(i, j+1) + C(i-1, j+1)] - \quad (7)$$

$$u(i, j) \frac{1}{2\Delta x} [C(i+1, j+1) - C(i-1, j+1)] = \frac{1}{\Delta t} [C(i, j+1) - C(i, j)]$$

Coeficienții $D_L(i, j)$, $u(i, j)$ ar putea fi apreciați la timpul j , $(j+1)$ sau $(j+1/2)$ dar noi îi vom considera constanți în timp și spațiu.

Ecuția (7) se poate scrie în toate nodurile i cuprinse între $i=2$ și $i=N-1$. Pentru $i=1$ și $i=N$, se vor scrie condițiile pe frontieră. Rezultă un sistem tridiagonal de N ecuații cu N necunoscute

$$[a(i, j)] \cdot \{C\} = \{d\}. \quad (8)$$

Necunoscutele sistemului sunt $C(i, j+1)$. Acest sistem se integrează cu o metodă corespunzătoare sistemelor tridiagonale.

Programul realizat în limbajul MATLAB calculează și trasează grafic evoluția concentrației în timp și spațiu, pentru cazul unidimensional.

Pornind de la o distribuție inițială a concentrației $C(i, 1)$, în acvifer, se determină variația concentrației $C(x, t)$. Se obține concentrația de poluant pe domeniul (i, j) ales.

Convergența schemei numerice adoptate s-a analizat comparând soluția numerică cu soluția analitică a problemei.

Soluția analitică a ecuației dispersiei (3), în condițiile de unicitate:

$$- \text{inițiale: } C(x \geq 0, t=0) = 0; \quad (9)$$

$$- \text{pe frontieră: } C(x=0, t > 0) = C_0, \quad (10)$$

$$- C(x=\infty, t \geq 0) = 0, \quad (11)$$

este:

$$C = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{x - ut}{2(D_L t)^{1/2}} \right] + \frac{C_0}{2} \exp \left(\frac{ux}{D_L} \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{x + ut}{2(D_L t)^{1/2}} \right], \quad (12)$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x), \quad (13)$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (14)$$

În Fig.5 sunt prezentate comparativ soluția numerică și cea analitică pentru cazul în care viteza în acvifer este 1,4 m/zi. Se observă o suprapunere perfectă a celor două soluții.

Din Fig.6 se poate vedea durata de parcurgere a acviferului în cazul unei poluări continue cu o substanță miscibilă cu apa care dispersează în pânza freatică (trasor). Dacă în Olt se menține constantă o concentrație a poluantului de 1mg/l, la distanța de 500 m de mal, în direcția de curgere, se va măsura o concentrație având o variație ca cea din Fig.6. Se observă că valoarea de 1mg/l este atinsă după o perioadă de 13000 ore (541,6 zile). Dacă s-ar calcula durata de parcurgere a acviferului împărțind distanța de 500m la viteza de 1,4 m/zi, durata ar fi de 357,14 zile. Deci difuzia poluantului încetinește înaintarea acestuia. După 720 zile se observă că toată zona este poluată cu concentrația de pe frontieră.

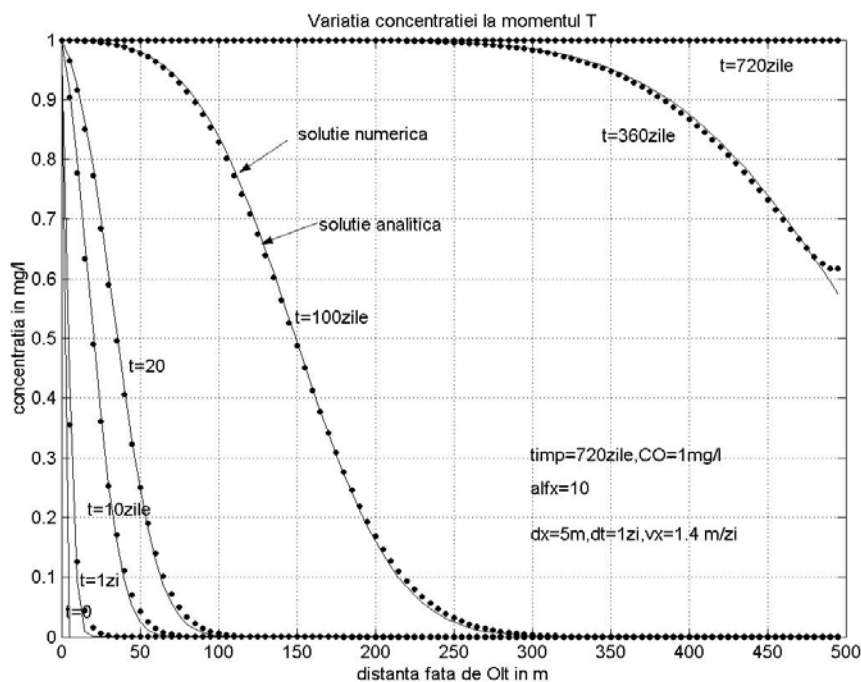


Fig.5 Comparatie între soluția analitică și soluția numerică în cazul unei poluări continue în Olt, cu concentrație $C_0=1$ mg/l

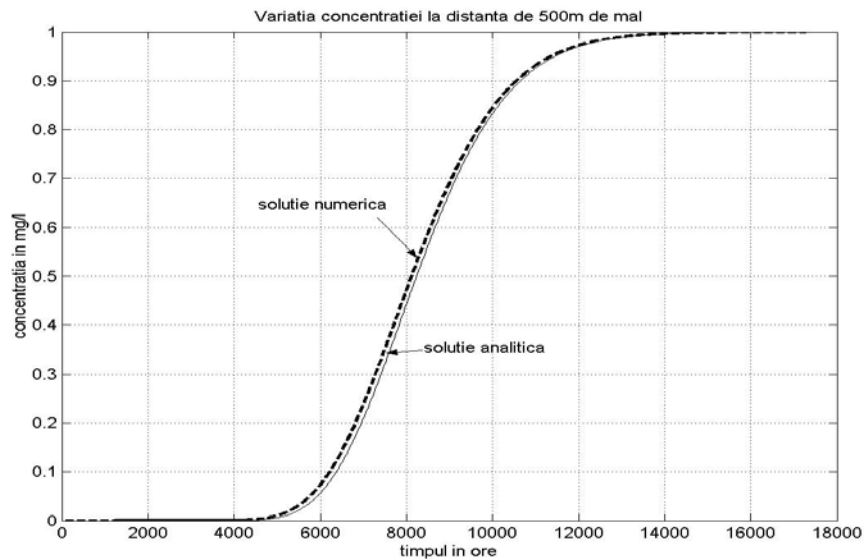


Fig. 6 Variatia concentratiei în acvifer, la distanța de 500m de mal (în apropierea puțului 4 sau 5). Comparație între soluția analitică și soluția numerică în cazul unei poluări continue în Olt, cu concentrație $C_0=1$ mg/l.

În cazul unei poluări liniare pe frontieră, ca cea din Fig.8, Aspectul curbelor de variație a concentrației în timp și spațiu se modifică (Fig.7). Variația concentrației în acvifer, la distanța de 500m de mal (în apropierea puțului 4 sau 5) în cazul unei poluări liniare în Olt, în acest caz, este descrisă de curba din Fig.9.

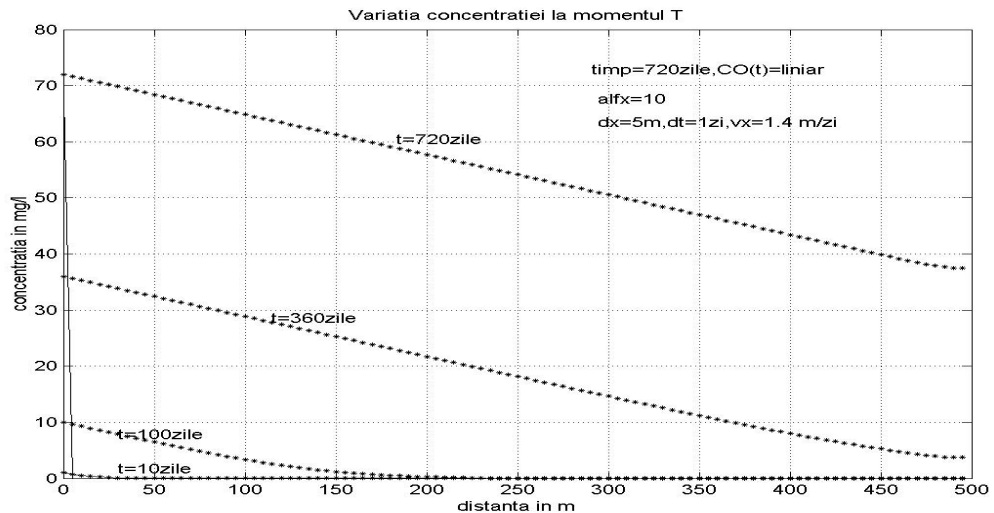


Fig.7. Variația concentrației în acvifer în cazul unei poluări de tip liniar, în Olt

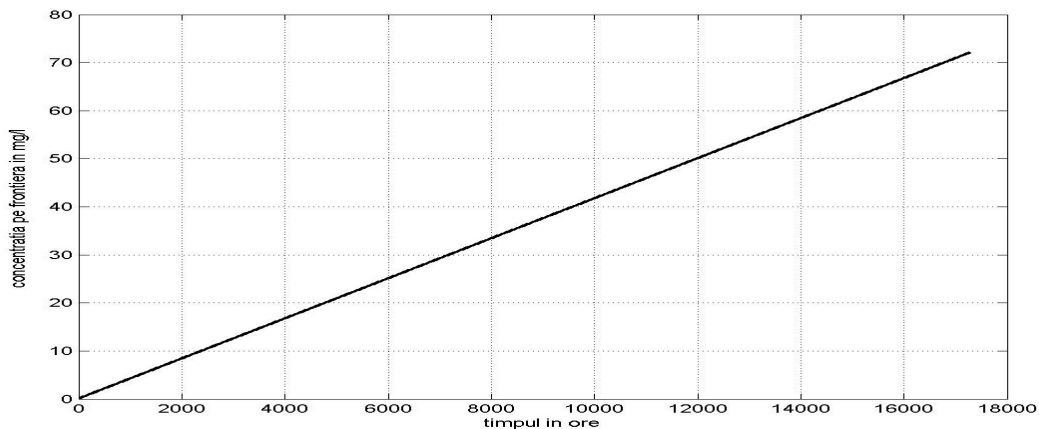


Fig.8.. Variatia liniară a concentrației pe frontieră (în Olt).

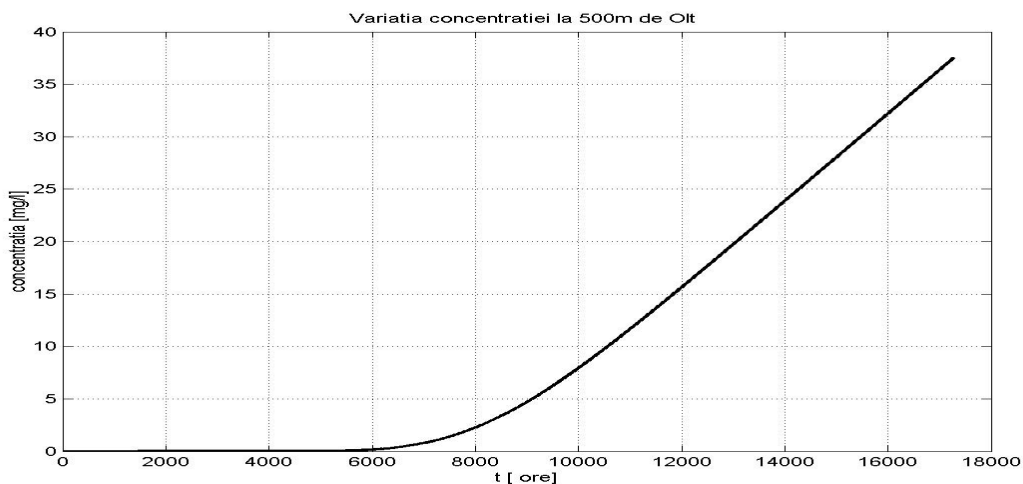


Fig. 9 Variatia concentrației în acvifer, la distanța de 500m de mal (în apropierea puțului 4 sau 5) în cazul unei poluări liniare în Olt, ca în Fig.8.

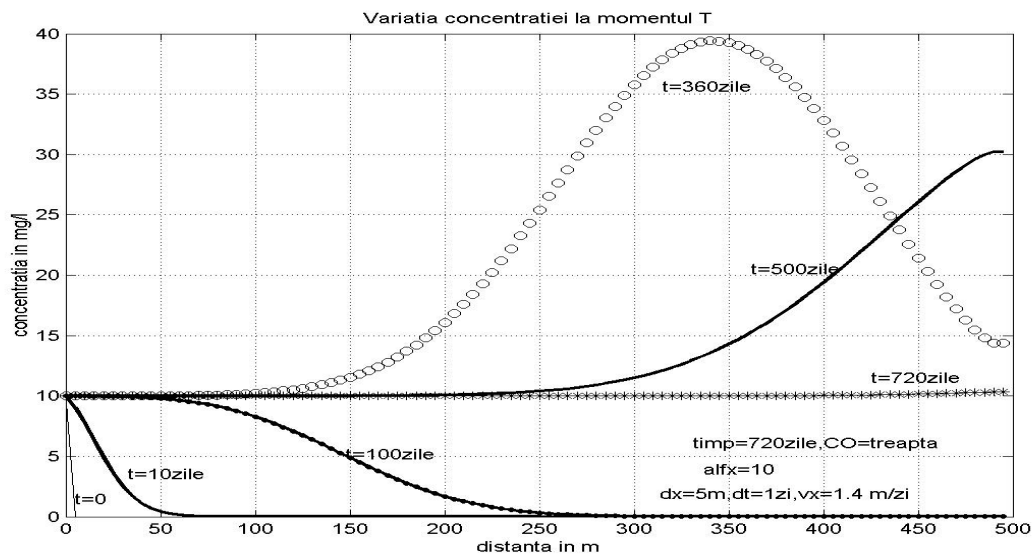


Fig.10 Variația concentrației în acvifer în cazul unei poluări de tip treaptă, în Olt

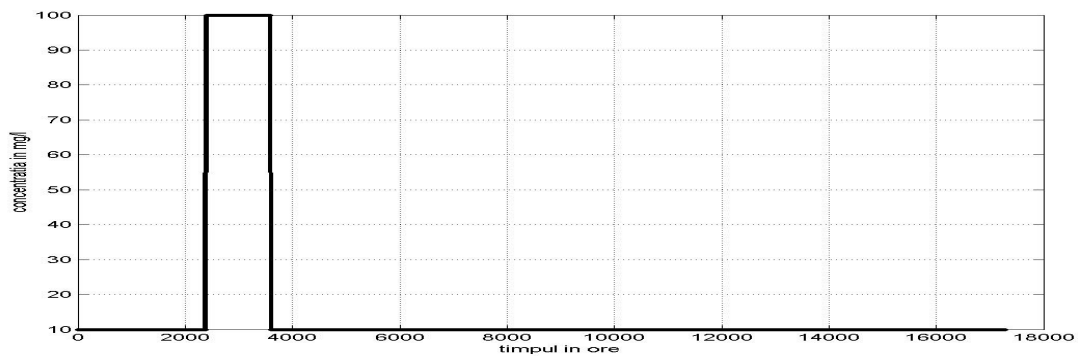


Fig.11.. Variația liniară a concentrației pe frontieră (în Olt.)

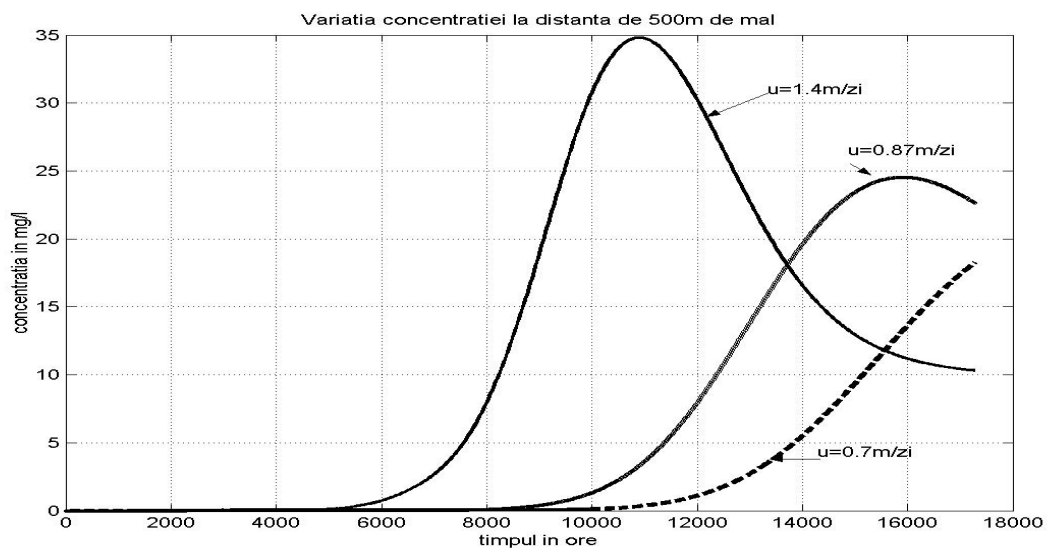


Fig. 12 Variația concentrației în acvifer, la distanța de 500m de mal (în apropierea puțului 4 sau 5) în cazul unei poluări tip treaptă, în Olt, ca în Fig. 11, considerând diferite viteze în acvifer.

În cazul unei poluări treaptă, de tipul celei din Fig. 11 poluantul ajunge la concentrația maximă după 11000 de ore de la începutul poluării, respectiv 11000-2400=8600 ore de la începerea poluării în Olt cu concentrație 100mg/l.

Concentrația apei din puț e mai mică pentru că este captată apă și din zona nepoluată. Pentru a calcula concentrația apei din puț trebuie apreciată zona de captare a acestuia și stabilit debitul care provine din lacul Arcești. Numai acesta are concentrația calculată în Fig.12. Restul debitului pompat provine din acviferul aflat la stânga șirului de puțuri (nepoluat).

Pentru cazul analizat se observă că puțul 4 captează apa din Olt (lacul Arcești) pe o distanță de 1000m (la fel și puțul 5). Grosimea acviferului este 10 m, iar viteza Darcy, $U=0.28$ m/zi. Rezultă un debit $2800\text{m}^3/\text{zi}$ care are o concentrație 35 mg/l așa cum rezultă din Fig.11, după 11000 ore. Restul de debit pompat, de $2200\text{m}^3/\text{zi}$, provine din stânga captării și nu e poluat. Dacă se combină $2800\text{m}^3/\text{zi}$ cu concentrație 35 mg/l, cu $2200\text{m}^3/\text{zi}$ cu concentrație nulă, rezultă $5000\text{m}^3/\text{zi}$ cu concentrație 19.6 mg/l. Deci vom calcula concentrația în puțul 4 sau 5 cu relația:

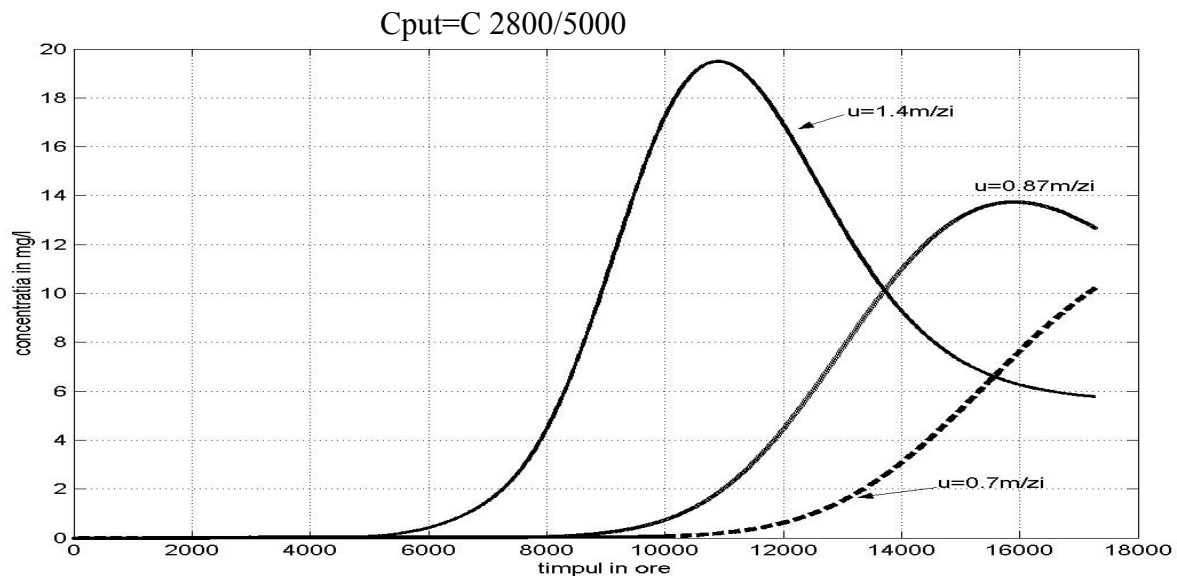


Fig. 12 Variația concentrației în acvifer, în puțul 4 sau 5 în cazul unei poluări tip treaptă, în Olt, ca în Fig.11, considerând diferite viteze în acvifer.

În Fig.12 s-au calculat, comparativ, concentrațiile din puțuri, considerând același raport dintre debitul total pompat și debitul pompat din Olt.

Pentru un calcul mai exact al acestor concentrații vom propune, în continuare, un model de disperseie bibimensional.

Bibliografie

[1] Marinov, A.M., Moldoveanu, V., *A Mathematical Model Describing the Vulnerability to Pollution of Groundwater in the Proximity of Slatina Town*, Fourth Workshop on Mathematical Modelling of Environmental and Life Sciences Problems, 7-10 Sept. 2005.

[2] Marinov, A.M., *Dispersia poluanților în apele subterane*, www.hydropub.ro, cursuri on line.

[3] Moldoveanu, V., Niculae, A., Rotar, C., *Optimizarea exploatarei surselor de apa subterana potabila ale municipiului Slatina.*, Conferinta Zilele Hidraulicii, Ingineria Resurselor de Apa, UCB, 28-29 iunie 2001.